



الرياضيات

الصف الحادي عشر - المسار الأكاديمي

الفصل الدراسي الثاني

11

إجابات كتاب التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📌 @nccdjor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo



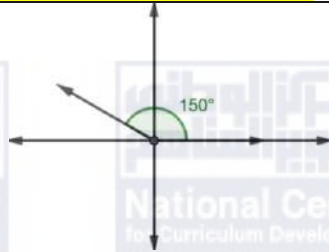
إجابات كتاب التمارين للصف 11 خطة جديدة- الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الرابعة: الاقترانات المثلثية

أستعد لدراسة الوحدة

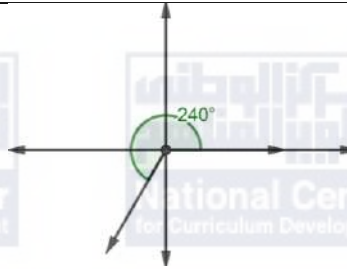
رسم الزاوية في الوضع القياسي صفحة 6

1



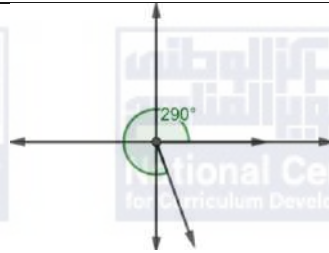
ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الثاني

2



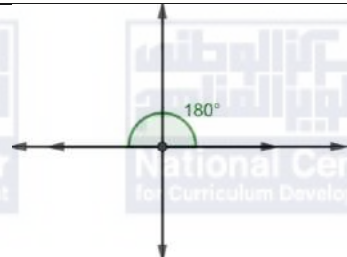
ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الثالث

3



ضلع انتهاء الزاوية يقع في الربع الرابع

4



ضلع انتهاء الزاوية يقع على المحور x السالب



إيجاد طول القوس ومساحة القطاع الدائري صفحة 6

5	$l = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 10\pi$ $A = \frac{180^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 50\pi$
6	$l = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 5\pi$ $A = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 25\pi$
7	$l = \frac{45^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 10 = 2.5\pi$ $A = \frac{45^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (10)^2 = 12.5\pi$
8	$l = \frac{135^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 7 = 5.25\pi$ $A = \frac{135^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (7)^2 = 18.375\pi$
9	$l = \frac{270^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 11 = 16.5\pi$ $A = \frac{270^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (11)^2 = 90.75\pi$
10	$l = \frac{310^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 8 = \frac{124}{9}\pi$ $A = \frac{310^\circ}{360^\circ} \times \pi \times (8)^2 = \frac{496}{9}\pi$
إيجاد النسب المثلثية لزوايا في المثلث قائم الزاوية صفحة 7	
11	$\sin A = \frac{5}{13}, \quad \cos A = \frac{12}{13}, \quad \tan A = \frac{5}{12}$
12	$\sin A = \frac{7}{25}, \quad \cos A = \frac{24}{25}, \quad \tan A = \frac{7}{24}$



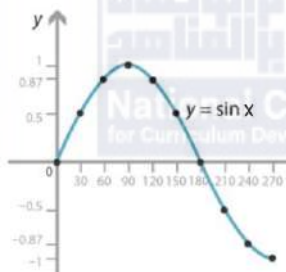
13	$\sin A = \frac{8}{15}, \quad \cos A = \frac{\sqrt{161}}{15}, \quad \tan A = \frac{8}{\sqrt{161}}$
14	$\sin E = \frac{9}{15}, \quad \cos E = \frac{12}{15}, \quad \tan E = \frac{9}{12}$
15	$\sin E = \frac{12}{37}, \quad \cos E = \frac{35}{37}, \quad \tan E = \frac{12}{35}$
16	$\sin E = \frac{13}{26}, \quad \cos E = \frac{13\sqrt{3}}{26}, \quad \tan E = \frac{13}{13\sqrt{3}}$
إيجاد النسب المثلثية الأساسية باستعمال دائرة الوحدة صفحة 8	
17	$\sin \theta = \frac{15}{17}, \quad \cos \theta = -\frac{8}{17}, \quad \tan \theta = -\frac{15}{8}$
18	$\sin \theta = \frac{5}{13}, \quad \cos \theta = -\frac{12}{13}, \quad \tan \theta = -\frac{5}{12}$
19	$\sin \theta = 0, \quad \cos \theta = 1, \quad \tan \theta = 0$
إيجاد قيم النسب المثلثية للزاويا ضمن الدورة الواحدة صفحة 9	
20	$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$
21	$\sin 225^\circ = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
22	$\tan 330^\circ = -\tan 30^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$
23	$\cos 315^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
24	$\tan 240^\circ = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$
25	$\sin 210^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$



تمثيل اقتراني الجيب وجيب التمام والظل صفحة 9

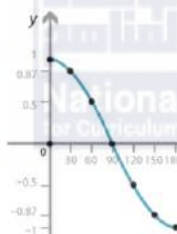
26

$$y = \sin x , \quad 0^\circ \leq x \leq 270^\circ$$



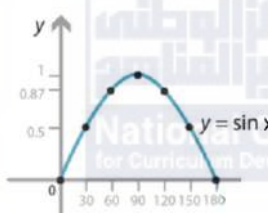
27

$$y = \cos x , \quad 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$



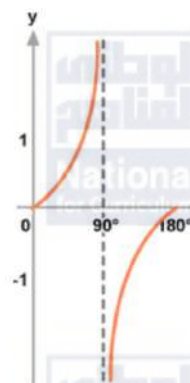
28

$$y = \sin x , \quad 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$



29

$$y = \tan x , \quad 0^\circ \leq x \leq 180^\circ$$





الدرس الأول: قياس الزاوية بالراديان

1	$225^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5\pi}{4}$
2	$840^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{14\pi}{3}$
3	$\frac{11\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 330^\circ$
4	$-\frac{23\pi}{4} \times \frac{180^\circ}{\pi} = -1035^\circ$
5	$A = \frac{1}{2}(20)^2(2\pi - 0.6) \approx 1136.64 \text{ cm}^2$
6	$64 = \frac{1}{2}(x+6)^2(2) - \frac{1}{2}(6)^2(2) \rightarrow x = 4 \text{ cm}$
7	$S = \frac{2\pi}{3} ft$ $A = \frac{2\pi}{3} ft^2$
8	$S = \frac{2\pi}{3} m$ $A = \frac{4\pi}{3} m^2$
9	$S = \frac{14\pi}{3} yd$ $A = 28\pi yd^2$
10	$72 = \pi r^2 \rightarrow r = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{\pi}} \text{ cm}$ $A = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \times \frac{72}{\pi} \times \frac{\pi}{6} = 6 \text{ cm}^2$
11	$288 = \frac{1}{2}(24)^2\theta \rightarrow \theta = 1$
12	$\omega = \frac{16\pi}{15} \text{ rad/s} \approx 3.35 \text{ rad/s}$ $v(t) = \frac{32\pi}{15} \text{ ft/s} \approx 6.70 \text{ ft/s}$



الدرس الثاني: الاقترانات المثلثية

1	$\sin \theta = \frac{8}{17}, \quad \cos \theta = \frac{15}{17}, \quad \tan \theta = \frac{8}{15}$ $\csc \theta = \frac{17}{8}, \quad \sec \theta = \frac{17}{15}, \quad \cot \theta = \frac{15}{8}$
2	$\sin \theta = \frac{12}{15}, \quad \cos \theta = \frac{9}{15}, \quad \tan \theta = \frac{12}{9}$ $\csc \theta = \frac{15}{12}, \quad \sec \theta = \frac{15}{9}, \quad \cot \theta = \frac{8}{15}$
3	$\sin \theta = \frac{2}{3}, \quad \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\csc \theta = \frac{3}{2}, \quad \sec \theta = \frac{15}{17}, \quad \cot \theta = \frac{8}{15}$
4	$r = \sqrt{(-6)^2 + (6)^2} = 6\sqrt{2}$ $\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}, \quad \tan \theta = -1$ $\csc \theta = \sqrt{2}, \quad \sec \theta = -\sqrt{2}, \quad \cot \theta = -1$
5	$r = \sqrt{(5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$ $\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{34}}, \quad \cos \theta = \frac{5}{\sqrt{34}}, \quad \tan \theta = -\frac{3}{5}$ $\csc \theta = -\frac{\sqrt{34}}{3}, \quad \sec \theta = \frac{\sqrt{34}}{5}, \quad \cot \theta = -\frac{5}{3}$
6	$r = \sqrt{(-8)^2 + (15)^2} = 17$ $\sin \theta = \frac{15}{17}, \quad \cos \theta = \frac{-8}{17}, \quad \tan \theta = -\frac{15}{8}$ $\csc \theta = \frac{17}{15}, \quad \sec \theta = -\frac{17}{8}, \quad \cot \theta = -\frac{8}{15}$
7	$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$



8	$\cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
9	$\tan \frac{13\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
10	$\sec(-150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
11	$\cot \frac{4\pi}{3} = \sqrt{3}$
12	$\sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
13	$\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\csc \theta = 2$, $\sec \theta = -\frac{2}{\sqrt{3}}$, $\cot \theta = -\sqrt{3}$
14	$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\tan \theta = 1$ $\csc \theta = \sqrt{2}$, $\sec \theta = \sqrt{2}$, $\cot \theta = 1$
15	$\sin \theta = -\frac{1}{5}$, $\cos \theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\tan \theta = -\frac{1}{2\sqrt{6}}$ $\csc \theta = -5$, $\sec \theta = \frac{5}{2\sqrt{6}}$, $\cot \theta = -2\sqrt{6}$
16	$\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan \theta = -\sqrt{2}$ $\csc \theta = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, $\sec \theta = \sqrt{3}$, $\cot \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
17	$\sin \theta = -\frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$, $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ $\csc \theta = -\frac{5}{3}$, $\sec \theta = \frac{5}{4}$, $\cot \theta = -\frac{4}{3}$



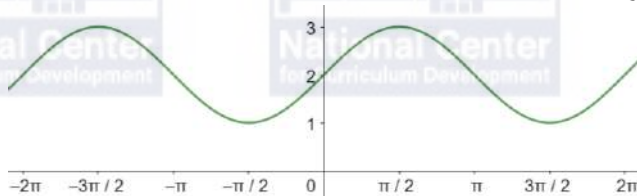
18	$\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$, $\tan \theta = \frac{4}{3}$ $\csc \theta = -\frac{5}{4}$, $\sec \theta = -\frac{5}{3}$, $\cot \theta = \frac{3}{4}$
19	$\sin \theta = -\frac{3}{5}$, $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta = \frac{3}{4}$ $\csc \theta = -\frac{5}{3}$, $\sec \theta = -\frac{5}{4}$, $\cot \theta = \frac{4}{3}$
20	$\frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$
21	1
22	$\sqrt{2}$
23	-0.940
24	0.940
25	0.940
26	0.940
27	106°
28	17 cm^2
29	$TA = 8 \tan 1.1 \approx 15.72 \text{ cm}$
30	55.34 cm^2



الدرس الثالث: تمثيل الاقترانات المثلثية بيانيا

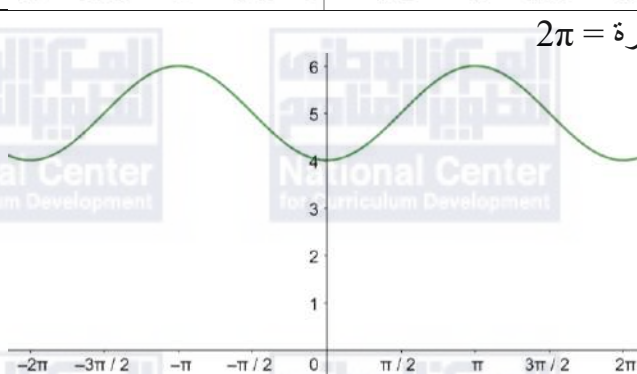
السعة = 1 ، طول الدورة = 2π

1



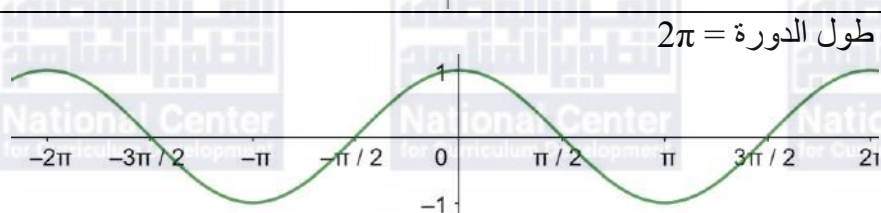
السعة = 1 ، طول الدورة = 2π

2



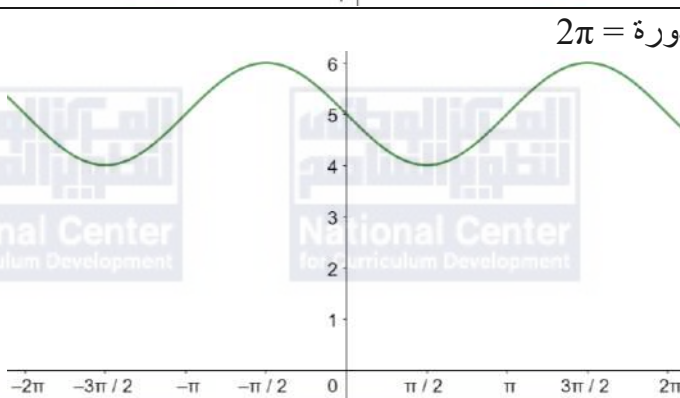
السعة = 1 ، طول الدورة = 2π

3



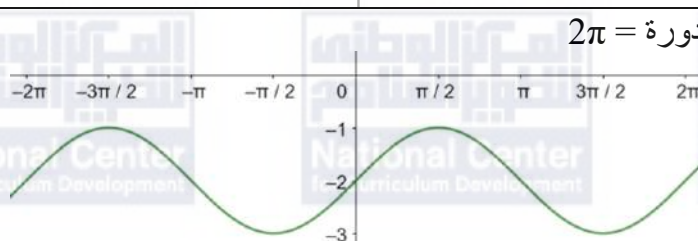
السعة = 1 ، طول الدورة = 2π

4



السعة = 1 ، طول الدورة = 2π

5





6	<p>السعة = 1 ، طول الدورة = 2π</p>
7	<p>السعة = 4 ، طول الدورة = 8π</p>
8	<p>السعة غير معرفة ، طول الدورة = π</p>
9	<p>السعة غير معرفة ، طول الدورة = 1</p>
10	<p>السعة = 4 ، طول الدورة = 2π ، $y = 4 \sin x$</p>
11	<p>السعة = 2 ، طول الدورة = 2π ، $y = 2 \cos x$</p>



12	$y = -\frac{1}{10} \sin 2x$ ، طول الدورة = π ، السعة = $-\frac{1}{10}$
13	$d(t) = 5 \sin 5\pi t$
14	$y = a \cos bx$ لأننا لو استخدمنا اقتران الجيب، سنضطر إلى عمل إزاحة أفقية، بينما القاعدتان المقترحتان ليس فيهما إزاحة أفقية.
15	القيمة العظمى = 5 ، القيمة الصغرى = -5 ، طول الدورة = π ، السعة = 5



الوحدة الخامسة: التكامل

أستعد لدراسة الوحدة

مشتقة اقتران القوة صفحة 15

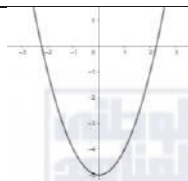
1	$\frac{dy}{dx} = 8x^3 - 10x$
2	$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
3	$\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{2}{5\sqrt{(2x)^4}}$
4	$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x^3} + \frac{4}{x^2}$
5	$\frac{dy}{dx} = 8 + \frac{1}{2x^2}$
6	$y = 6x^2 + x - 15$ $\frac{dy}{dx} = 12x + 1$
تحويل المقادير من الصورة الجذرية إلى الصورة الأسية، وبالعكس صفحة 15	
7	$\frac{1}{c^8} = \sqrt[8]{c}$
8	$\sqrt[9]{x} = (x)^{\frac{1}{9}}$
9	$25^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{25}$
10	$\sqrt[3]{-12} = (-12)^{\frac{1}{3}}$
11	$\sqrt[5]{x^3} = (x)^{\frac{3}{5}}$
12	$(m)^{-\frac{2}{7}} = \frac{1}{\sqrt[7]{m^2}}$
13	$(6b^5)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6b^5}$



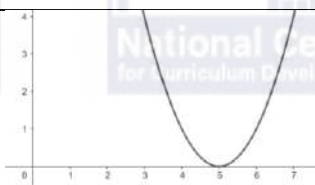
14	$\sqrt{\frac{100}{y^4}} = \left(\frac{100}{y^4}\right)^{\frac{1}{2}}$
ضرب المقادير الجبرية صفحة 16	
15	$(x - 3)(x + 5) = x^2 + 2x - 15$
16	$(12 - 4x)(1 + 2x) = 12 + 20x - 8x^2$
17	$(2x - 5)(4x - 8x^2) = -16x^3 + 48x^2 - 20x$
18	$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$
19	$(x^2 + 7)^2 = x^4 + 14x^2 + 49$
20	$(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 1$
إيجاد قيمة اقتران عند قيمة معطاة صفحة 17	
21	$g(0) = -3$
22	$f(2) = 4$
23	$f(-2) = -8$
24	$g(-4) = 21$
الموقع والسرعة والتسارع للجسم المتحرك في مسار مستقيم صفحة 17	
25	$v(t) = 3t^2 - 6$
26	$v(3) = 21 \text{ m/s}$
27	$v(t) = 6 \Rightarrow 3t^2 - 6 = 6 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = 2$
28	$a(t) = 6t$
29	$a(5) = 30 \text{ m}^2/\text{s}$
إعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة صفحة 18	
30	$f(x) = 2x + 5 = \begin{cases} -2x - 5, & x < -2.5 \\ 2x + 5, & x \geq -2.5 \end{cases}$
31	$f(x) = 1 - 4x + 3 = \begin{cases} 4 - 4x, & x < 0.25 \\ 4x + 2, & x \geq 0.25 \end{cases}$
التمثيل البياني للاقترانات والتحويلات الهندسية صفحة 20	



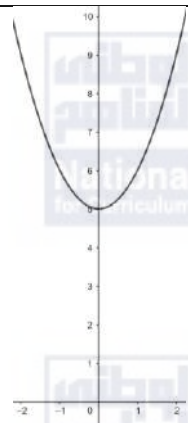
32



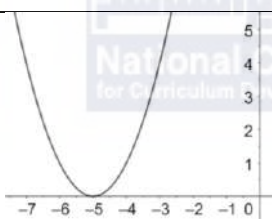
33



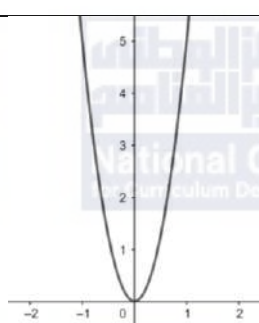
34



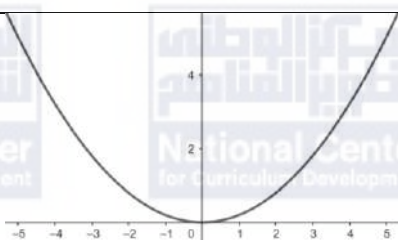
35



36



37





الدرس الأول: التكامل غير المحدود

1	$\int (5x - 1)dx = \frac{5}{2}x^2 - x + C$
2	$\int 2x^{-4}dx = -\frac{2}{3x^3} + C$
3	$\int (6x^2 - 4x)dx = 2x^3 - 2x^2 + C$
4	$\int (3 - x - 2x^5)dx = 3x - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^6 + C$
5	$\int (x^{-2} + x^{\frac{5}{2}})dx = -x^{-1} + \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + C$
6	$\int \left(3x^2 - \frac{2}{x^2}\right)dx = x^3 + \frac{2}{x} + C$
7	$\int \left(3x^{-2} + 6x^{-\frac{1}{2}} + x - 4\right)dx = -3x^{-1} + 12x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^2 - 4x + C$
8	$\int (10x^4 + 8x^{-3})dx = 2x^5 - 4x^{-2} + C$
9	$\begin{aligned}\int \left(\frac{2}{x^3} - 3\sqrt{x}\right)dx &= \int \left(2x^{-3} - 3x^{\frac{1}{2}}\right)dx \\ &= -x^{-2} - 2x^{\frac{3}{2}} + C \\ &= -\frac{1}{x^2} - 2\sqrt{x^3} + C\end{aligned}$
10	$\begin{aligned}\int \left(8x^3 + 6x - \frac{4}{\sqrt{x}}\right)dx &= \int \left(8x^3 + 6x - 4x^{-\frac{1}{2}}\right)dx \\ &= 2x^4 + 3x^2 - 8x^{\frac{1}{2}} + C \\ &= 2x^4 + 3x^2 - 8\sqrt{x} + C\end{aligned}$



11	$\int \left(\frac{7}{x^2} + \sqrt[3]{x^4} \right) dx = \int \left(7x^{-2} + x^{\frac{4}{3}} \right) dx$ $= -7x^{-1} + \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}} + C$ $= -\frac{7}{x} + \frac{3}{7}\sqrt[3]{x^7} + C$
12	$\int \left(\frac{x^2}{3} + \frac{3}{x^2} \right) dx = \int \left(\frac{1}{3}x^2 + 3x^{-2} \right) dx$ $= \frac{1}{9}x^3 - 3x^{-1} + C$ $= \frac{1}{9}x^3 - \frac{3}{x} + C$
13	$\int \frac{4 + 2\sqrt{x}}{x^2} dx = \int \left(\frac{4}{x^2} + \frac{2\sqrt{x}}{x^2} \right) dx$ $= \int \left(4x^{-2} + 2x^{-\frac{3}{2}} \right) dx$ $= -4x^{-1} - 4x^{-\frac{1}{2}} + C$ $= -\frac{4}{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + C$
14	$\int \frac{4 - x^2}{2 + x} dx = \int \frac{(2 - x)(2 + x)}{2 + x} dx$ $= \int (2 - x) dx$ $= 2x - \frac{1}{2}x^2 + C$



15	$\int \frac{x^2 - 1}{x^2} dx = \int \left(\frac{x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ $= \int (1 - x^{-2}) dx$ $= x + x^{-1} + C$ $= x + \frac{1}{x} + C$
16	$\int x\sqrt{x} dx = \int x^{\frac{3}{2}} dx$ $= \frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}} + C$ $= \frac{2}{5} \sqrt{x^5} + C$
17	$\int \frac{x^2 - 64}{2x + 16} dx = \int \frac{(x - 8)(x + 8)}{2(x + 8)} dx$ $= \int \frac{1}{2} (x - 8) dx$ $= \frac{1}{4} x^2 - 4x + C$
18	$\int x^2(1 - x^3) dx = \int (x^2 - x^5) dx$ $= \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{6} x^6 + C$
19	$\int (x + 4)^2 dx = \int (x^2 + 8x + 16) dx$ $= \frac{1}{3} x^3 + 4x^2 + 16x + C$



20	$\int \frac{5-x}{x^5} dx = \int \left(\frac{5}{x^5} - \frac{x}{x^5} \right) dx$ $= \int (5x^{-5} - x^{-4}) dx$ $= -\frac{5}{4}x^{-4} + \frac{1}{3}x^{-3} + C$ $= -\frac{5}{4x^4} + \frac{1}{3x^3} + C$
21	$\int \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} dx = \int \frac{(x + 1)(x + 1)}{x + 1} dx$ $= \int (x + 1) dx$ $= \frac{1}{2}x^2 + x + C$
22	$\int x(x + 1)^2 dx = \int x(x^2 + 2x + 1) dx$ $= \int (x^3 + 2x^2 + x) dx$ $= \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$
23	$\int \frac{(x + 3)^2}{\sqrt{x}} dx = \int \frac{x^2 + 6x + 9}{\sqrt{x}} dx$ $= \int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{6x}{\sqrt{x}} + \frac{9}{\sqrt{x}} \right) dx$ $= \int \left(x^{\frac{3}{2}} + 6x^{\frac{1}{2}} + 9x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$ $= \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + 4x^{\frac{3}{2}} + 18x^{\frac{1}{2}} + C$
24	$\int (x - 5)(x + 5) dx = \int (x^2 - 25) dx$ $= \frac{1}{3}x^3 - 25x + C$



الدرس الثاني: الشرط الأولي

1	$f(x) = \int (3x - 2) dx = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$ $f(-1) = 2 \Rightarrow \frac{3}{2} + 2 + C = 2 \Rightarrow C = -\frac{3}{2}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}$
2	$f(x) = \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \int \left(\frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \right) dx$ $= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + C$ $f(4) = 5 \Rightarrow \frac{16}{3} + 4 + C = 5 \Rightarrow C = -\frac{13}{3}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} - \frac{13}{3}$
3	$f(x) = \int -x(x+1) dx = \int (-x^2 - x) dx = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + C$ $f(-1) = 5 \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + C = 5 \Rightarrow C = \frac{31}{6}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{31}{6}$
4	$f(x) = \int \left(x^3 - \frac{2}{x^2} + 2 \right) dx = \int (x^3 - 2x^{-2} + 2) dx$ $= \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{x} + 2x + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{x} + 2x + C$ $f(1) = 3 \Rightarrow \frac{1}{4} + 2 + 2 + C = 3 \Rightarrow C = -\frac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{x} + 2x - \frac{5}{4}$



5	$f(x) = \int (x + \sqrt{x}) dx = \int \left(x + x^{\frac{1}{2}}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $f(1) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + C = 2 \Rightarrow C = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{5}{6}$
6	$f(x) = \int -\frac{10}{x^2} dx = \int -10x^{-2} dx = 10x^{-1} + C = \frac{10}{x} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{10}{x} + C$ $f(1) = 15 \Rightarrow 10 + C = 15 \Rightarrow C = 5$ $\Rightarrow f(x) = \frac{10}{x} + 5$
7	$f(x) = \int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C$ $f(9) = 25 \Rightarrow \frac{54}{3} + C = 25 \Rightarrow C = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 7$
8	$y = \int \frac{2}{x^2} dx = \int 2x^{-2} dx = -2x^{-1} + C = -\frac{2}{x} + C$ $\Rightarrow y = -\frac{2}{x} + C$ <p>أعوض النقطة (2, 4):</p> $\Rightarrow 4 = -1 + C \Rightarrow C = 5$ $\Rightarrow y = -\frac{2}{x} + 5$



9	$y = \int (3x^2 - 12x + 8) dx = x^3 - 6x^2 + 8x + C$ <p>أعوض النقطة (0, 0):</p> $0 - 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow y = x^3 - 6x^2 + 8x$ <p>لإيجاد الإحداثيات لنقاط تقاطع المنحنى مع محور x نعوض $y = 0$ في قاعدة العلاقة:</p> $0 = x^3 - 6x^2 + 8x \Rightarrow x(x^2 - 6x + 8) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x - 4) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = 2, x = 4$
10	$R(x) = \int (x^2 - 3) dx = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $\Rightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x + C$ $R(0) = 0 \Rightarrow 0 - 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow R(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x$
11	$s(t) = \int (3t^2 - 12t + 11) dt = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t + C$ $s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 6t^2 + 11t$ $\Rightarrow s(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 11(2) = 8 - 24 + 22 = 6 \text{ m}$
12	$v(t) = \int (6t - 30) dt = 3t^2 - 30t + C$ $\Rightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + C$ $v(0) = 72 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 72 \Rightarrow C = 72$ $\Rightarrow v(t) = 3t^2 - 30t + 72$ $s(t) = \int (3t^2 - 30t + 72) dt = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t + C$ $s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + 0 + C = 0 \Rightarrow C = 0$ $\Rightarrow s(t) = t^3 - 15t^2 + 72t$ $\Rightarrow s(3) = (3)^3 - 15(3)^2 + 72(3) = 27 - 135 + 216 = 108 \text{ m}$



الدرس الثالث: التكامل المحدود

1	$\int_1^5 10x^{-2} dx = -10x^{-1} \Big _1^5$ $= -\frac{10}{x} \Big _1^5 = (-2) - (-10) = 8$
2	$\int_0^2 (2x^3 - 4x + 5) dx = \left(\frac{1}{2}x^4 - 2x^2 + 5x \right) \Big _0^2$ $= (8 - 8 + 10) - 0 = 10$
3	$\int_1^4 \frac{x^3 + 2x^2}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \left(\frac{x^3}{\sqrt{x}} + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} \right) dx$ $= \int_1^4 \left(x^{\frac{5}{2}} + 2x^{\frac{3}{2}} \right) dx$ $= \left(\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} \right) \Big _1^4$ $= \left(\frac{256}{7} + \frac{128}{5} \right) - \left(\frac{2}{7} + \frac{4}{5} \right) = \frac{254}{7} + \frac{124}{5} = \frac{2138}{35}$
4	$\int_3^6 \left(x - \frac{3}{x} \right)^2 dx = \int_3^6 \left(x^2 - 6 + \frac{9}{x^2} \right) dx$ $= \int_3^6 (x^2 - 6 + 9x^{-2}) dx$ $= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - 9x^{-1} \right) \Big _3^6$ $= \left(\frac{1}{3}x^3 - 6x - \frac{9}{x} \right) \Big _3^6$ $= \left(72 - 36 - \frac{3}{2} \right) - (9 - 18 - 3)$ $= \frac{93}{2}$



5	$ x + 3 = \begin{cases} -x - 3, & x < -3 \\ x + 3, & x \geq -3 \end{cases}$ <p>لا أجزىء التكامل لأن -3 لا تقع بين حدي التكامل $0, 5$ ويكون $x + 3 = x + 3$ وفق القاعدة الثانية</p> $\int_0^5 (x + 3 - 5) dx = \int_0^5 (x + 3 - 5) dx$ $= \int_0^5 (x - 2) dx$ $= \left(\frac{1}{2} x^2 - 2x \right) \Big _0^5 = \left(\frac{25}{2} - 10 \right) - (0 - 0) = \frac{5}{2}$
6	$\int_0^6 x(6 - x) dx = \int_0^6 (6x - x^2) dx$ $= \left(3x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big _0^6 = \left(108 - \frac{216}{3} \right) - (0) = 108 - 72 = 36$
7	$\int_1^2 \left(6x - \frac{12}{x^4} + 3 \right) dx = \int_1^2 (6x - 12x^{-4} + 3) dx$ $= (3x^2 + 4x^{-3} + 3x) \Big _1^2$ $= \left(3x^2 + \frac{4}{x^3} + 3x \right) \Big _1^2$ $= \left(12 + \frac{1}{2} + 6 \right) - (3 + 4 + 3) = \frac{17}{2}$
8	$ 2x - 1 = \begin{cases} -2x + 1, & x < \frac{1}{2} \\ 2x - 1, & x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ $\int_0^7 2x - 1 dx = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2x + 1) dx + \int_{\frac{1}{2}}^7 (2x - 1) dx$ $= (-x^2 + x) \Big _0^{\frac{1}{2}} + (x^2 - x) \Big _{\frac{1}{2}}^7$ $= \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) - (0) + (49 - 7) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2} \right) = \frac{85}{2}$



9	$ 6 - 2x = \begin{cases} 6 - 2x, & x < 3 \\ 2x - 6, & x \geq 3 \end{cases}$ $\int_{-3}^4 6 - 2x dx = \int_{-3}^3 (6 - 2x) dx + \int_3^4 (2x - 6) dx$ $= (6x - x^2) \Big _{-3}^3 + (x^2 - 6x) \Big _3^4$ $= (18 - 9) - (-18 - 9) + (16 - 24) - (9 - 18) = 37$
10	$\int_1^2 \frac{x^2 + x^3}{x} dx = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{x} + \frac{x^3}{x} \right) dx$ $= \int_1^2 (x + x^2) dx$ $= \left(\frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big _1^2 = \left(2 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{3}{2} + \frac{7}{3} = \frac{23}{6}$
11	$\int_3^4 (6x^2 - 4x) dx = (2x^3 - 2x^2) \Big _3^4$ $= (128 - 32) - (54 - 18) = 60$
12	$\int_{10}^{10} \frac{x+1}{x^2} dx = 0$
13	$\int_2^2 f(x) dx = 0$
14	$\int_1^2 (f(x) - 5) dx = \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 5 dx$ $= \int_1^{-3} f(x) dx + \int_{-3}^2 f(x) dx + \int_1^2 -5 dx$ $= -4 + 5 + (-5x) \Big _1^2$ $= 1 + (-10) - (-5)$ $= -4$
15	$\int_{-3}^2 (-2f(x) + 5g(x)) dx = -2 \int_{-3}^2 f(x) dx + 5 \int_{-3}^2 g(x) dx$ $= -2(5) + 5(-2) = -20$
16	$\int_2^{-3} (g(x) + 2x) dx = \int_2^{-3} g(x) dx + \int_2^{-3} 2x dx$ $= -(-2) + (x^2) \Big _2^{-3} = 2 + 9 - 4 = 7$



17	$\int_2^{-3} (f(x) + g(x))dx = \int_2^{-3} f(x)dx + \int_2^{-3} g(x)dx$ $= -5 + 2 = -3$
18	$\int_{-3}^2 (4f(x) - 3g(x))dx = 4 \int_{-3}^2 f(x)dx - 3 \int_{-3}^2 g(x)dx$ $= 4(5) - 3(-2) = 26$
19	$\int_{-3}^6 f(x)dx = \int_{-3}^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx$ $= \int_{-3}^2 x^2 dx + \int_2^6 (8 - x)dx$ $= \left(\frac{1}{3}x^3\right)\Big _{-3}^2 + \left(8x - \frac{1}{2}x^2\right)\Big _2^6$ $= \left(\frac{8}{3}\right) - (-9) + (48 - 18) - (16 - 2) = \frac{83}{3}$
20	$P(t) = \int_0^8 \left(5 + 3t^{\frac{2}{3}}\right) dt$ $= \left(5t + \frac{9}{5}t^{\frac{5}{3}}\right)\Big _0^8$ $= \left(40 + \frac{288}{5}\right) - (0)$ $= \frac{488}{5}$
21	$\int_2^3 (x^2 - a)dx = 5$ $\left(\frac{1}{3}x^3 - ax\right)\Big _2^3 = 5$ $(9 - 3a) - \left(\frac{8}{3} - 2a\right) = 5$ $\frac{19}{3} - a = 5$ $a = \frac{4}{3}$



الدرس الرابع: المساحات والحجوم

1	$A = - \int_0^1 (x^2 - x) dx + \int_1^2 (x^2 - x) dx$ $= - \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 \right) \Big _0^1 + \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 \right) \Big _1^2$ $= - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) - 0 + \left(\frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) = 1$
2	$A = \int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ $= \int_4^9 x^{-\frac{1}{2}} dx$ $= 2 x^{\frac{1}{2}} \Big _4^9 = 6 - 4 = 2$
3	$A = \int_{-1}^4 (4 + 3x - x^2) dx$ $= \left(4x + \frac{3}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big _{-1}^4$ $= \left(16 + 24 - \frac{64}{3} \right) - \left(-4 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{125}{6}$
4	$A = - \int_{-1}^0 (3x^2 + x - 2) dx$ $= - \left(x^3 + \frac{1}{2} x^2 - 2x \right) \Big _{-1}^0$ $= - \left((0) - \left(-1 + \frac{1}{2} + 2 \right) \right) = \frac{3}{2}$
5	$A = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$ $= \left(x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big _{-1}^1$ $= \left(1 - \frac{1}{3} \right) - \left(-1 + \frac{1}{3} \right) = \frac{4}{3}$



6	$A = - \int_0^1 (x^2 - 1)dx + \int_1^2 (x^2 - 1)dx$ $= - \left(\frac{1}{3}x^3 - x \right) \Big _0^1 + \left(\frac{1}{3}x^3 - x \right) \Big _1^2$ $= - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) - 0 + \left(\frac{8}{3} - 2 \right) - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) = 2$
7	$3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1, x = 1$ <p>بتعويض $x = 0$ نجد أن: $f(0) = 0 - 3 = -3 < 0$، ولذا نجد المساحة كالاتي: الفترة $[-1, 1]$،</p> $A = - \int_{-1}^1 (3x^2 - 3)dx = \int_{-1}^1 (3 - 3x^2)dx$ $= (3x - x^3) \Big _{-1}^1$ $= (3 - 1) - (-3 + 1) = 4$
8	$x^3 - 5x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x - 6) = 0$ $\Rightarrow x(x - 6)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = 6, x = -1$ <p>بتعويض $x = 1$ نجد أن: $f(1) = 1 - 5 - 6 = -10 < 0$، وبتعويض $x = -0.1$ نجد أن: في الفترة $[0, 6]$،</p> $f(-0.1) = (-0.1)^3 - 3(-0.1)^2 - 6(-0.1) = -0.001 - 0.03 + 0.6 = 0.569 > 0$ <p>أي أن المنحنى يقع فوق المحور x في الفترة $[-1, 0]$، ولذا فإننا نجد المساحة على النحو الآتي:</p> $A = \int_{-1}^0 (x^3 - 5x^2 - 6x)dx + \left(- \int_0^6 (x^3 - 5x^2 - 6x)dx \right)$ $= \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 - 3x^2 \right) \Big _{-1}^0 + \left(- \frac{1}{4}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + 3x^2 \right) \Big _0^6$ $= (0) - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{3} - 3 \right) + (-324 + 360 + 108) - (0) = \frac{1741}{12}$
9	$x^2(2 - x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$ <p>بتعويض $x = 1$ نجد أن: $f(1) = 1(2 - 1) = 1 > 0$، ولذا نجد المساحة كالاتي: الفترة $[0, 2]$،</p> $A = \int_0^2 x^2(2 - x)dx = \int_0^2 (2x^2 - x^3)dx$ $= \left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 \right) \Big _0^2 = \left(\frac{16}{3} - 4 \right) - (0) = \frac{4}{3}$



10	$4x - x^2 = 0 \rightarrow x(4 - x) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ or } x = 4$ $A = \int_0^4 (4x - x^2) dx = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3 \Big _0^4 = \frac{32}{3}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{32}{3}$ وحدة مربعة
11	$A = \int_{-2}^3 (x^2 + 1) dx = \frac{50}{3}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{50}{3}$ وحدة مربعة
12	$x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \rightarrow x(x - 2)(x - 3) = 0$ $x = 0 \text{ or } x = 2 \text{ or } x = 3$ $A = \int_0^2 (x^3 - 5x^2 + 6x) dx - \int_2^3 (x^3 - 5x^2 + 6x) dx = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة هي $\frac{37}{12}$ وحدة مربعة
13	$P(a, \sqrt{a})$, $A = \int_0^a \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$ مساحة المستطيل OAPB تساوي: $a\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}}$ إذن مساحة المنطقة المطلوبة OPA تساوي ثلثي مساحة المستطيل OAPB
14	$V = \int_0^3 \pi(x^2 + 5)^2 dx = \int_0^3 \pi(x^4 + 10x^2 + 25) dx$ $= \pi \left(\frac{1}{5}x^5 + \frac{10}{3}x^3 + 25x \right) \Big _0^3$ $= \pi \left(\left(\frac{243}{5} + 90 + 75 \right) - (0) \right) = 213.6$



$$V = \int_0^8 \pi(\sqrt{x})^2 dx = \int_0^8 \pi x dx = \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_0^8 = 32\pi$$

$$\int_a^8 \pi(\sqrt{x})^2 dx = \frac{1}{2} V$$

$$\Rightarrow \int_a^8 \pi x dx = 16\pi$$

15 $\Rightarrow \pi \left(\frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_a^8 = 16\pi$

$$\Rightarrow \pi \left((32) - \left(\frac{1}{2} a^2 \right) \right) = 16\pi$$

$$\Rightarrow 32 - \frac{1}{2} a^2 = 16$$

$$\Rightarrow a^2 = 32$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{32} \quad (\text{لأن } a \text{ موجب})$$



الوحدة السادسة: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

أستعد لدراسة الوحدة

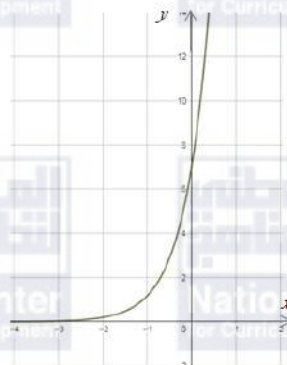
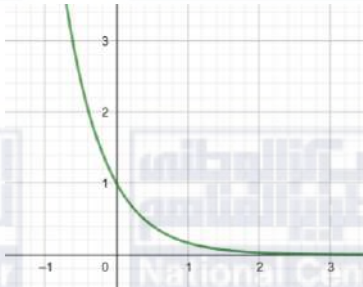
إيجاد قيمة أعداد مكتوبة بالصيغة الأسية صفحة 26	
1	$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$
2	$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
3	$(-15)^2 = (-15) \times (-15) = 225$
4	$(103)^1 = 103$
5	$23^0 = 1$
6	$0^{11} = 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 = 0$
7	$90^2 = 90 \times 90 = 8100$
8	$50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125000$
9	$100^5 = 100 \times 100 \times 100 \times 100 \times 100 = 10000000000$
10	$5.1^2 = 5.1 \times 5.1 = 26.01$
حل المعادلات الأسية صفحة 26	
11	$2^{x-1} = 16 \Rightarrow x - 1 = 4 \Rightarrow x = 5$
12	$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^8 \Rightarrow 2^{-x} = 2^8 \Rightarrow x = -8$
13	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-y} = \frac{1}{512} \Rightarrow (2)^{-3y} = 2^9 \Rightarrow y = -3$
14	$4^{x-5} = 32^{2x+1} \Rightarrow (2)^{2x-10} = (2)^{10x+5}$ $\Rightarrow 2x - 10 = 10x + 5 \Rightarrow x = -\frac{15}{8}$
15	$9^x = 3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 9^x = 3^{1-x} \Rightarrow x = 1 - x \Rightarrow x = \frac{1}{2}$
16	$625^{2x+1} = \frac{5}{\sqrt{5}} \Rightarrow (5)^{2x+1} = (5)^{0.5} \Rightarrow 2x + 1 = 0.5 \Rightarrow x = -0.25$
إيجاد قيم مقادير أسية صفحة 27	
17	$(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12} = 4096$



18	$\frac{5^2}{5^3} = 5^{2-3} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$
19	$(4 - 7)^3 \times 3^{-8} = (-3)^3 \times 3^{-8} = -3^3 \times 3^{-8} = -3^{-5} = -\frac{1}{3^5}$



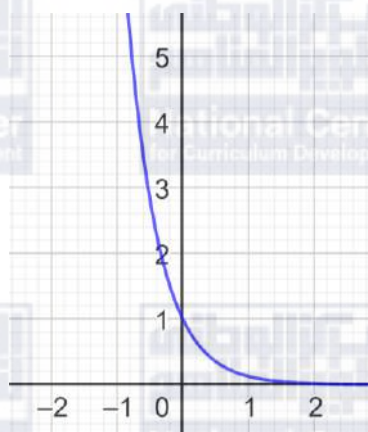
الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1	$f(2) = (13)^2 = 169$
2	$f(3) = 4(5)^3 = 4 \times 125 = 500$
3	$f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
4	$f(4) = -(3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$
5	$f(6) = -(2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$
6	$f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12 = -\frac{767}{64}$
7	$f(x) = 7(6)^x$ 
	مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$ يقطع المحور y عند $x = 7$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متزايد، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$
8	$f(x) = (7)^{-x} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ 
	مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$ يقطع المحور y عند $x = 1$ ، ولا يقطع المحور x الاقتران متناقص، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$



$$f(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^x$$

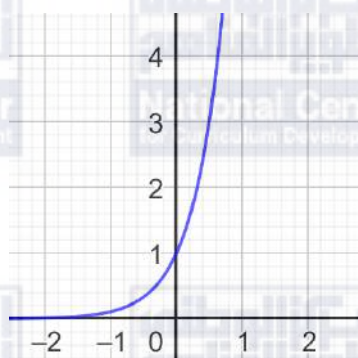
9



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$
يقطع المحور y عند $x = 1$ ، ولا يقطع المحور x
الاقتران متناقص، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$

$$f(x) = (9)^x$$

10

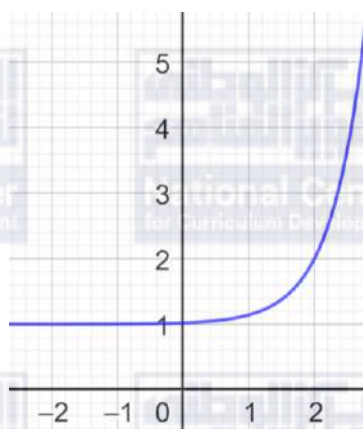


مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R والمدى هو $(0, \infty)$
يقطع المحور y عند $x = 1$ ، ولا يقطع المحور x
الاقتران متزايد، وله خط تقارب أفقي معادلته $y = 0$



11

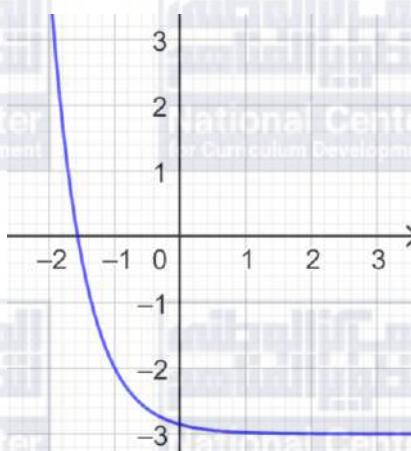
$$f(x) = 7^{x-2} + 1$$



لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 1$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(1, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متزايد

12

$$f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$$

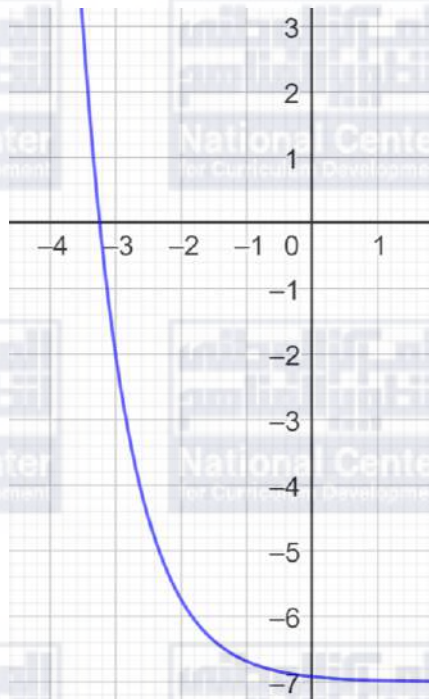


لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -3$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متناقص



13

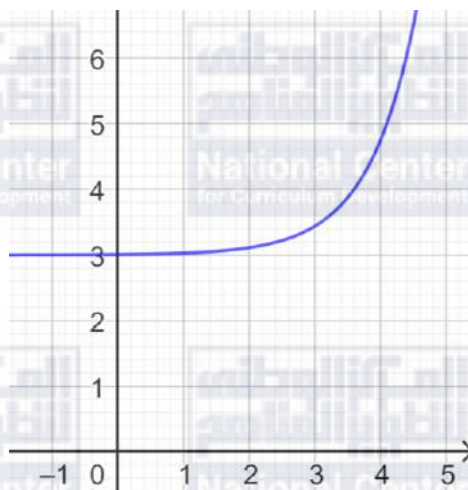
$$f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$$



لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -7$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(-7, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متناقص

14

$$f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$$



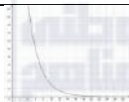
لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 3$
مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
مدى هذا الاقتران هو $(3, \infty)$
الاقتران $f(x)$ متزايد



15	$f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $f(0) = 400(2)^0 = 400$
16	$f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4 = 400 \times 16 = 6400$
17	$102400 = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $256 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $(2)^8 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $\frac{x}{3} = 8$ $x = 24$ <p>إن، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 ساعة.</p>
18	$f(1) = 2(0.75)^1 = 1.5 \text{ m}^3$
19	$\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$ $\frac{9}{16} = (0.75)^x$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ $x = 2$



الدرس الثاني: النمو والاضمحلال

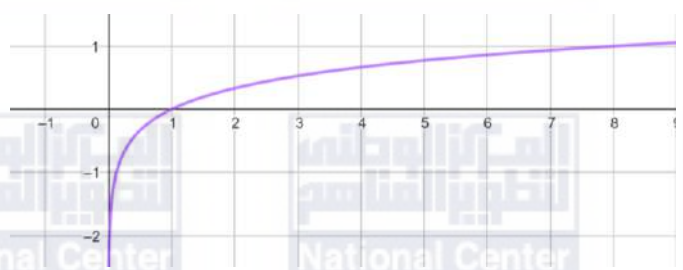
1	$A(t) = a(1 + r)^t$ $A(t) = 35000(1 + 0.02)^t$ $A(t) = 35000(1.02)^t$
2	$A(7) = 35000(1.02)^7 \approx 40204$
3	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 12000(1 - 0.2)^t$ $A(t) = 12000(0.8)^t$
4	$A(3) = 12000(0.8)^3 = 6144$
5	$A(n) = A_0e^{-0.35n}$ $A(10) = 100e^{-0.35(10)} \approx 3 \text{ mm}^2$
6	
7	$A(n) = 100e^{-0.35(0)} = 100$ المقطع y هنا يدل على مساحة الجرح لحظة حدوثه.
8	$A(t) = a(1 - r)^t$ $A(t) = 19725(1 - 0.03)^t$ $A(t) = 19725(0.97)^t$
9	$A(4) = 19725(0.97)^4 \approx \text{JD}17462$
10	$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ $A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12t}$
11	$A = 8000 \left(1 + \frac{0.055}{12}\right)^{12 \times 3} \approx \text{JD} 9431.59$
12	$A = Pe^{rt}$ $A = 60000e^{0.06 \times 17} \approx \text{JD}166391.69$



الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية

1	$\log_3 729 = 6 \rightarrow 3^6 = 729$
2	$\log_5 625 = 4 \rightarrow 5^4 = 625$
3	$\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \rightarrow 64^{\frac{1}{3}} = 4$
4	$\log_{64} 8 = 0.5 \rightarrow 64^{0.5} = 8$
5	$\log_7 1 = 0 \rightarrow 7^0 = 1$
6	$\log_{43} 43 = 1 \rightarrow 43^1 = 43$
7	$4^5 = 1024 \rightarrow \log_4 1024 = 5$
8	$3^{-4} = \frac{1}{81} \rightarrow \log_3 \frac{1}{81} = -4$
9	$7^3 = 343 \rightarrow \log_7 343 = 3$
10	$5^{-2} = 0.04 \rightarrow \log_5 0.04 = -2$
11	$32^1 = 32 \rightarrow \log_{32} 32 = 1$
12	$8^0 = 1 \rightarrow \log_8 1 = 0$
13	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
14	$\log_{81} 9 = y \rightarrow 81^y = 9$ $(9^2)^y = 9$ $9^{2y} = 9$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$ ، إذن
15	$\log_{10} 0.0001 = \log_{10} 10^{-4} = -4$
16	$\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$



17	$\log_{\frac{1}{6}} 6 = y \rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = 6$ $(6^{-1})^y = 6^1$ $6^{-y} = 6^1$ $-y = 1$ $y = -1$	إذن، $\log_{\frac{1}{6}} 6 = -1$
18	$(10)^{\log_{10} \frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$	
19	$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$	
20	$\log_b \sqrt[7]{b} = \log_b b^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}$	
21	$4^{\log_4 3} = 3$	
22	$f(x) = \log_8 x$ 	<p>مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$</p> <p>مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R</p> <p>المقطع x هو 1، ولا يوجد مقطع y</p> <p>لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y</p> <p>الاقتران متزايد</p>



23

$$g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

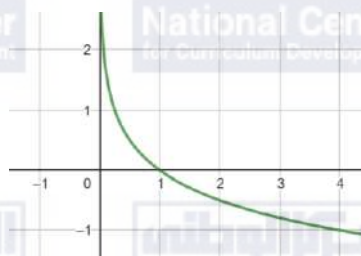
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متناقص

24

$$h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

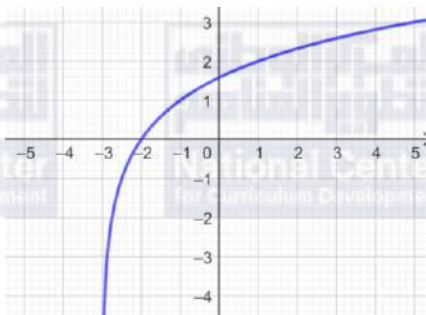
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متناقص



31

$$f(x) = \log_2(x + 3)$$



مجال هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$

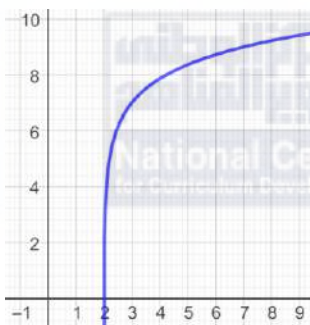
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = -3$

الاقتران متزايد

32

$$f(x) = 7 + 2 \log_5(x - 2)$$



مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

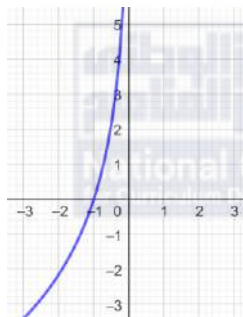
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = 2$

الاقتران متزايد



33

$$f(x) = -5 \log_7(-x)$$



مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو $x = 0$
الاقتران متزايد

34

$$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125(10)$$

$$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.125$$

$$10^{-0.125} = \frac{I}{12}$$

$$I = 12 \times 10^{-0.125} \approx 118.5 \text{ lumen}$$



الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

1	$\log_a \frac{3}{7} = \log_a 3 - \log_a 7$ $\approx 0.528 - 0.936$ ≈ -0.408
2	$\log_a 21 = \log_a 3 + \log_a 7$ $\approx 0.528 + 0.936$ ≈ 1.464
3	$\frac{\log_a 3}{\log_a 7} \approx \frac{0.528}{0.936} \approx 0.56$
4	$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7$ $\approx 0 - 0.936$ ≈ -0.936
5	$\log_a 441 = \log_a 21^2$ $= 2 \log_a 21$ $= 2 \log_a (3 \times 7)$ $= 2(\log_a 3 + \log_a 7)$ $\approx 2(0.528 + 0.936)$ $\approx 2 \times 1.464$ ≈ 2.928



6	$\begin{aligned}\log_a \frac{49}{27} &= \log_a 49 - \log_a 27 \\ &= \log_a 7^2 - \log_a 3^3 \\ &= 2 \log_a 7 - 3 \log_a 3 \\ &\approx 2(0.936) - 3(0.528) \\ &\approx 1.872 - 1.584 \\ &\approx 0.288\end{aligned}$
7	$\begin{aligned}\log_a(7a^2) &= \log_a 7 + \log_a a^2 \\ &= \log_a 7 + 2 \log_a a \\ &\approx 0.936 + 2 \\ &\approx 2.936\end{aligned}$
8	$\begin{aligned}\log_a \sqrt[4]{81} &= \log_a \sqrt[4]{3^4} \\ &= \log_a 3 \\ &\approx 0.528\end{aligned}$
9	$\begin{aligned}(\log_a 3)(\log_a 7) &\approx 0.528 \times 0.936 \\ &\approx 0.494\end{aligned}$
10	$\log_a x^7 = 7 \log_a x$
11	$\begin{aligned}\log_a \left(\frac{ac}{b}\right) &= \log_a ac - \log_a b \\ &= \log_a a + \log_a c - \log_a b \\ &= 1 + \log_a c - \log_a b\end{aligned}$
12	$\log_a(\sqrt{x}) = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a x$



13	$\begin{aligned}\log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z} \right) &= \log_a \sqrt{xy} - \log_a z \\ &= \log_a (xy)^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \log_a x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z \\ &= \frac{1}{2} \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y - \log_a z\end{aligned}$
14	$\begin{aligned}\log_a \frac{1}{x^3 y^4} &= \log_a 1 - \log_a x^3 y^4 \\ &= \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4) \\ &= 0 - (3 \log_a x + 4 \log_a y) \\ &= -3 \log_a x - 4 \log_a y\end{aligned}$
15	$\begin{aligned}\log_a \sqrt[7]{128x^7} &= \log_a \sqrt[7]{128} \times \sqrt[7]{x^7} \\ &= \log_a 2x \\ &= \log_a 2 + \log_a x\end{aligned}$
16	$\begin{aligned}\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} &= \log_a \frac{x^{-4}y^8}{x^{15}y^{-6}} \\ &= \log_a x^{-19}y^{14} \\ &= \log_a x^{-19} + \log_a y^{14} \\ &= -19 \log_a x + 14 \log_a y\end{aligned}$



17	$\begin{aligned}\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{z^3}} &= \log_a \frac{\sqrt{x^2} \sqrt{y^3}}{\sqrt{z^3}} \\ &= \log_a \frac{xy^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{3}{2}}} \\ &= \log_a xy^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}} \\ &= \log_a x + \log_a y^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}} \\ &= \log_a x + \frac{3}{2} \log_a y - \frac{3}{2} \log_a z\end{aligned}$
18	$\log_a (x - y + z)^9 = 9 \log_a (x - y + z)$
19	$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
20	$\begin{aligned}\log_b (b - 1) + 2 \log_b b &= \log_b (b - 1) + \log_b b^2 \\ &= \log_b b^2 (b - 1)\end{aligned}$
21	$\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} = \log_a \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \log_a x$
22	$\begin{aligned}\log_a (x^2 - 25) - \log_a (x + 5) &= \log_a \frac{(x^2 - 25)}{(x + 5)} \\ &= \log_a \frac{(x + 5)(x - 5)}{(x + 5)} \\ &= \log_a (x - 5)\end{aligned}$
23	$3 \log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$



24	$8 \log_b x + 4 \log_b y - \frac{1}{2} \log_b z = \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b x^8 y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b \frac{x^8 y^4}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_b \frac{x^8 y^4}{\sqrt{z}}$
25	$T(a) = 10 + 20 \log_6(a + 1)$ $f(11) = 10 + 20 \log_6(11 + 1)$ $= 10 + 20 \log_6(12)$ $= 10 + 20 \log_6(6 \times 2)$ $= 10 + 20(\log_6 6 + \log_6 2)$ $\approx 10 + 20(1 + 0.3869)$ $\approx 10 + 20(1.3869)$ $\approx 10 + 27.738$ ≈ 37.738 <p>قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ JD 11000 على الإعلانات هو JD 37738</p>



الدرس الخامس: المعادلات الأسية واللوغاريتمية

1	$\log 17 \approx 1.2$
2	$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.8$
3	$\ln 2.3 \approx 0.8$
4	$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.9$
5	$\log_5 e^7 = 7 \times \frac{\ln e}{\ln 5} \approx 4.3$
6	$\ln 7 \approx 1.95$
7	$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.05$
8	$\log_{\frac{1}{4}} 19 = \frac{\log 19}{\log \frac{1}{4}} \approx -2.12$
9	$\log_7 8 = \frac{\log 8}{\log 7} \approx 1.07$
10	$\log_8 \frac{1}{8} = -1$
11	$\log 10000 = 4$
12	$\log_3 18 = \frac{\log 18}{\log 3} \approx 2.63$
13	$5^x = 120$ $\log 5^x = \log 120$ $x \log 5 = \log 120$ $x = \frac{\log 120}{\log 5} \approx 2.9746$



14	$-4e^{4x} = -64$ $e^{4x} = 16$ $\ln e^{4x} = \ln 16$ $4x = \ln 16$ $x = \frac{\ln 16}{4} \approx 0.9631$
15	$3^{2x+1} = 7^{5x}$ $\log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$ $(2x + 1) \log 3 = (5x) \log 7$ $2x \log 3 + \log 3 = 5x \log 7$ $2x \log 3 - 5x \log 7 = \log 3$ $x(2 \log 3 - 5 \log 7) = \log 3$ $x = \frac{\log 3}{2 \log 3 - 5 \log 7} \approx -0.1459$
16	$64^x + 2(8)^x - 3 = 0$ $(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$ $u^2 + 2u - 3 = 0$ $(u + 3)(u - 1) = 0$ $u = -3 \quad \text{أو} \quad u = 1$ $8^x = -3 \quad \text{أو} \quad 8^x = 1$ <p>المعادلة $8^x = -3$ ليس لها حل لأن $8^x > 0$ لجميع قيم x.</p> $8^x = 1 \quad \rightarrow x = \log_8 1 = 0$



17	$7(4)^x = 49$ $(4)^x = 7$ $\log(4)^x = \log 7$ $x \log 4 = \log 7$ $x = \frac{\log 7}{\log 4} \approx 1.4037$
18	$21^{x-1} = 3^{7x+1}$ $\log 21^{x-1} = \log 3^{7x+1}$ $(x-1) \log 21 = (7x+1) \log 3$ $x \log 21 - \log 21 = 7x \log 3 + \log 3$ $x \log 21 - 7x \log 3 = \log 21 + \log 3$ $x(\log 21 - 7 \log 3) = \log 21 + \log 3$ $x = \frac{\log 21 + \log 3}{\log 21 - 7 \log 3} \approx -0.8918$
19	$\log_x 216 = 3 \Rightarrow x^3 = 216$ $\Rightarrow x = \sqrt[3]{216} = 6$
20	$\log_x 4 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 4$ $\Rightarrow x = 16$
21	$\log_x 27 = 1.5 \Rightarrow x^{\frac{3}{2}} = 27$ $\Rightarrow x = \sqrt[3]{27^2} = 9$
22	$\log_3(x^2 - 15) = \log_3 2x \Rightarrow x^2 - 15 = 2x$ $\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ $\Rightarrow (x+3)(x-5) = 0$ $\Rightarrow x = 5$



23	$\log_2(x^2 - 4) = \log_2 3x \Rightarrow x^2 - 4 = 3x$ $\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ $\Rightarrow (x + 1)(x - 4) = 0$ $\Rightarrow x = 4$
24	$\log_{x-1} 1024 = 5 \Rightarrow (x - 1)^5 = 1024$ $\Rightarrow x - 1 = \sqrt[5]{1024} = 4$ $\Rightarrow x = 5$
25	$P = \log_2 \frac{E}{3 \cdot 11.81}$ $8.1 = \log_2 \frac{E}{3 \cdot 11.81}$ $\frac{E}{11.81} = \left(\frac{2}{3}\right)^{8.1}$ $E = 11.81 \left(\frac{2}{3}\right)^{8.1} \approx 0.44$
26	$N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $N(0) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05(0)}} = \frac{2000}{4} = 500$



$$700 = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$$

$$1 + 3e^{-0.05t} = \frac{2000}{700}$$

$$3e^{-0.05t} = \frac{20}{7} - 1$$

$$3e^{-0.05t} = \frac{13}{7}$$

27

$$e^{-0.05t} = \frac{13}{21}$$

$$\ln e^{-0.05t} = \ln \frac{13}{21}$$

$$-0.05t = \ln \frac{13}{21}$$

$$t = -\frac{\ln \frac{13}{21}}{0.05} \approx 9.6$$

بعد 9.6 سنة تقريباً يصبح عدد الأرناب في المحمية 700 أرناب.